

Computing Deflections Using ACI CODE-318-19 and Beyond, Part 3

Impact of changes made

by Peter H. Bischoff

Parts 1 and 2 of this article series^{1,2} review the procedure and basis for computing deflection of reinforced concrete with a new expression for the effective moment of inertia I_e first adopted in ACI CODE-318-19.³ This part examines the implications of this change for satisfying deflection limits of beams and one- and two-way slabs.

One-Way Slabs and Beams

Historical background for deflection control

Minimum member thickness h_{min} requirements first appeared in ACI 318-63.⁴ Lesser thicknesses could be used if calculations showed they would have no adverse effects. Deflections were required to be checked for flexural members using reinforcement with $f_y > 40$ ksi or when the required net reinforcement ratio (taking account of compression reinforcement or the compressive strength of the overhanging flanges in I- and T-sections) exceeded $0.18 f'_c / f_y$ in any section of the member, as higher-strength steel and larger reinforcement ratios could lead to smaller beam sections and greater deflections than customary.⁵ Where deflections were calculated, ACI 318-63 required the use of I_g for $\rho f_y \leq 500$ psi and I_{cr} for $\rho f_y > 500$ psi, and provisions were included for additional long-time deflection using a multiplier applied to the immediate deflection from sustained loads. This multiplier corresponded to a sustained load duration of 5 years and was dependent on the amount of compression reinforcement relative to the amount of tension reinforcement.

ACI 318-71⁶ introduced Branson's expression for I_e (to model a gradual transition from I_g to I_{cr} after cracking), included an expression for the long-time deflection multiplier (still for a 5 year load duration and dependent on the ratio of compression to tension reinforcement), dropped the $0.18 f'_c / f_y$ limit, and followed with a 25% increase in h_{min} values that included a modification factor for reinforcing steel with f_y

other than 60 ksi ($0.4 + f_y/100$). Using the modification factor for reinforcing steel with an f_y of 40 ksi gives h_{min} values comparable to ACI 318-63. ACI 318-83⁷ changed the expression for the long-time deflection multiplier (now dependent on the compression reinforcement ratio ρ' and accounting for load durations less than 5 years), and the new expression for I_e appeared in ACI CODE-318-19.

ACI CODE-318 minimum thickness values are independent of the magnitude and duration of loading, dead-to-live load ratio, concrete elastic modulus, amount of reinforcement, member span (in terms of ℓ/h), and d/h , which changes as the member thickness increases with span length. The h_{min} values are expected to give acceptable levels of deflection based on past experience, but they were not intended to satisfy the deflection limits provided in the Code. The intent was more to make designers aware of potential problems with deflection when the member thickness was less than h_{min} .⁵

Basis for evaluation

For this part of the article series, incremental deflection is computed and compared to the $\ell/240$ deflection criterion for one-way slabs and beams having a thickness $h = h_{min}$. In each case, sufficient reinforcement is provided to meet minimum

Summary of Article Parts

- Part 1: Primer for Computing Deflections—Immediate and Time-Dependent
- Part 2: New Expression for I_e and Reasons for Change
- Part 3: Impact of Changes Made
- Part 4: Deflection Example—Continuous Slab
- Part 5: Proposed Extension to Prestressed Concrete

reinforcement requirements and satisfy strength requirements so that $\phi M_n \geq M_u$. ACI CODE-318 values for h_{min} are summarized in Table 1 (from Part 1 of this article series¹) for different support conditions.

Long-term deflection is evaluated for $\lambda_\Delta = 2.0$ as the worst-case scenario, and for $\lambda_\Delta = 1.0$ to reflect the reduction in time-dependent deflection experienced by the nonstructural elements when installation is delayed by 3 months (giving $\xi = 2.0 - 1.0 = 1.0$). Preloading from construction loads is considered as noted from Part 1 of this article series.¹ Live load deflection is not evaluated. The concrete has a specified compressive strength f'_c of 5000 psi, and the steel reinforcement is Grade 60 with $f_y = 60$ ksi.

Both the slabs and beams being assessed are simply supported. Deflection for members with other support conditions can be computed using the ACI CODE-318 approximate moments and the deflection coefficients provided in Table 1 (from Part 1 of this article series¹). An example calculation based on these moments and coefficients will be presented in Part 4.

Outcome for one-way slabs

The simply supported slab carries its own weight plus an additional dead load of 25 psf (from ceiling, mechanical, flooring, and partitions) and a live load q_L of 50 psf (with 20% of the live load assumed sustained). The slabs have a thickness of $h_{min} = \ell/20$ and a clear concrete cover of 3/4 in.

Figure 1 compares slab deflections computed with both the ACI CODE-318-19 approach for I_e at $(2/3)M_{cr}$ and Branson's approach for I_e at M_{cr} (ACI 318-14⁸ and earlier editions). Incremental deflection Δ_{inc} normalized with the $\ell/240$ deflection limit is plotted against both the slab span ℓ and service load q_a in this figure. As a reminder, Δ_{inc} is the deflection occurring after attachment of nonstructural elements and is determined using $\Delta_{inc} = \lambda_\Delta \Delta_{i,sus} + \Delta_{i,L}$ as outlined in Part 1 of the article series.¹

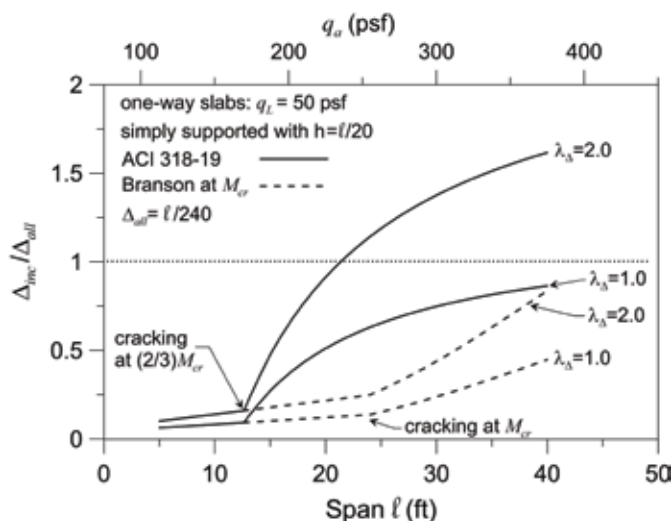


Fig. 1: Normalized incremental deflection versus member span or service load for simply supported one-way slabs (with $h = \ell/20$)

As expected, incremental deflections computed with ACI CODE-318-19 are significantly greater than deflections computed with Branson's approach. The $\ell/240$ deflection limit is satisfied in all cases with Branson's approach (ACI 318-14), but it is not always satisfied for ACI CODE-318-19 computed deflections. For the latter case, the $\ell/240$ deflection limit is satisfied for spans up to about 21 ft when $\lambda_\Delta = 2.0$ (corresponding to a maximum service load q_a of 235 psf, which includes the slab self-weight). The $\ell/240$ deflection limit is satisfied regardless of span length for $\lambda_\Delta = 1.0$. Deflections obviously would increase for a higher live load of 100 psf, but calculations show they still satisfy the $\ell/240$ deflection limit as long as the total service load q_a does not exceed 250 psf when using ACI CODE-318-19 with $\lambda_\Delta = 2.0$. Comparable behavior is expected for slabs with other support conditions.⁹

Outcome for beams

Quantifying the dead and live loads acting on a beam depends partly on framing details. Bischoff and Veysey¹⁰ identified the convenience of working with a fictitious (equivalent) uniformly distributed area load $q_{equiv} = w/\ell$, which can typically vary between 40 and 200 psf for beams. In this case, w is a uniformly distributed line load acting on the beam, and ℓ is the beam span length—not the tributary width. This equivalent area load q_{equiv} does not have physical meaning and appears as a variable in the expression for computing deflection of a beam defined in terms of the effective depth-to-width aspect ratio d/b for the beam cross section and other nondimensional terms.¹¹ The simply supported beam in this study carries an equivalent service load of either 40 or 80 psf with an assumed dead-to-live load ratio of 2.0, and 20% of the live load sustained. Beam self-weight is included. The beam is rectangular with d/b of 1.6 and a concrete cover of 2.5 in.

Figure 2 plots the normalized values of incremental deflection against ℓ for simply supported beams having a

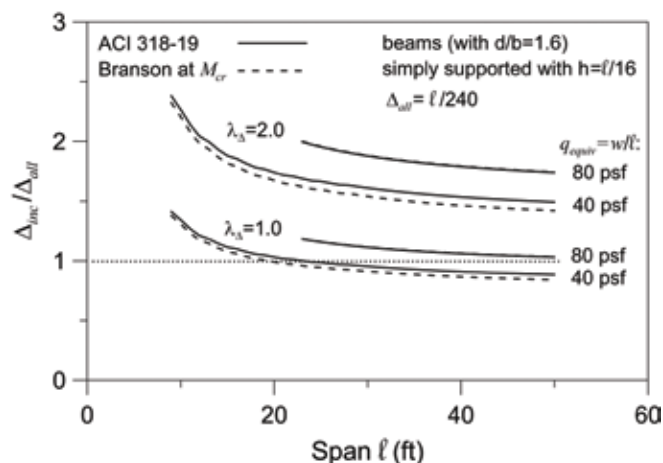


Fig. 2: Normalized incremental deflection versus member span for simply supported beams (with $h = \ell/16$)

thickness $h_{min} = \ell/16$. Beams with an equivalent load of 40 psf show only a small difference in computed values of deflection (5% at most) using either the ACI CODE-318-19 or ACI 318-14 (Branson) approach. Practically no difference is seen between the two approaches for an equivalent load of 80 psf.

Beams having the ACI CODE-318 minimum thickness obviously do not satisfy the $\ell/240$ deflection limit for $\lambda_{\Delta} = 2.0$ (regardless of the approach or load). When $\lambda_{\Delta} = 1.0$, the deflection limit is satisfied at longer spans (for $\ell \geq 19$ to 23 ft, depending on the approach), but only for the lower equivalent load of 40 psf. It is worth noting that the beams with a higher equivalent loading of $w/\ell = 80$ psf ended up being over-reinforced (and needing compression reinforcement) for spans less than 22 ft—an indication that the beam depth is too shallow for this level of equivalent service load. Beams with a lower d/b of 1.25 (but still satisfying the h_{min} requirement) exhibit a small to moderate decrease in deflection of between 5 to 15%. Comparable behavior is observed for other support conditions.⁹

Results demonstrate that consideration should be given to increasing the ACI CODE-318 h_{min} values for beams to better satisfy the $\ell/240$ deflection limit for the worst-case scenario of $\lambda_{\Delta} = 2.0$. For T-shaped sections, the minimum thickness required decreases as the flange-to-web width ratio increases but incremental deflection requirements are still not met in most cases.¹²

Two-Way Slabs

Calculation of deflections in two-way slab systems is complicated by two-way action and is affected by factors that include the boundary conditions for an edge, corner, or interior slab, nonprismatic behavior from the presence of drop panels and column capitals, and aspect ratio of the slab panel. Consideration also needs to be given to loading history, which can include construction load effects from shoring and reshoring, live load patterns, the effect of sustained early age loading on the elastic and creep properties of concrete, and the effects of cracking from load plus shrinkage and temperature restraint.¹³ Calculation of deflections for two-way slabs in particular are an estimate at best because of all the uncertainties involved.

Calculation methods

Actual slab deflections have been known to be problematic when Branson's approach was used with the ACI CODE-318 long-term deflection multiplier for design calculations, indicating this approach may be unconservative for estimating deflections of two-way slabs.¹⁴ For example, Branson¹⁵ suggested using a value of 3.0 for λ_{Δ} , but the higher value of λ_{Δ} might have been needed because of the unrealistically stiffer response obtained with Branson's equation for I_e at the low reinforcement ratios common with slabs.

Deflection can be computed using simplified calculation methods such as the crossing beam analogy where deflection from the middle slab strip is added onto the deflection of the

column slab strips supporting the middle strip.¹⁴ Finite element computer software is readily accessible and often used to estimate deflection of two-way slab systems especially for irregular slab layouts. However, details of the approaches used in commercial software to estimate the flexural stiffness are often not readily available and are not always based on the ACI CODE-318 requirements for I_e . ACI CODE-318 requires that deflection calculations take account of the size and shape of panel, support conditions, and nature of restraints at the panel edges, but it does not require use of the prescribed values of E_c and I_e for immediate deflections. Other values of effective flexural stiffness are allowed provided the results are in reasonable agreement with tests. Deflection may also be calculated by integrating curvature.

Outcome of new I_e

Bertero and Bertero¹⁶ carried out a statistical evaluation of ACI CODE-318 minimum thickness provisions (different from those for one-way slabs) for deflection control of two-way slabs. Branson's expression for I_e at M_{cr} (ACI 318-14)⁸ and Bischoff's expression for I_e at $(2/3)M_{cr}$ (ACI CODE-318-19) are used to compute deflection (but without preloading). The maximum value of $\lambda_{\Delta} = 2.0$ is used for the time-dependent deflection calculations. For slabs without beams, the interior slabs were most susceptible to having the long-term deflection limits exceeded. Immediate deflections from live load never exceeded the $\ell/360$ deflection limit.

Minimum thickness values for two-way slabs with beams always satisfied the $\ell/240$ deflection limit for incremental deflection, regardless of the approach used. For slabs without beams, the $\ell/240$ deflection limit was satisfied using Branson's approach but not always with Bischoff's approach where up to one-fifth of the slabs (depending on the slab panel location) exceeded the $\ell/240$ deflection limit. Incremental deflections using Bischoff's approach were 80% greater on average than Branson's approach (for slabs without beams). Introducing preloading increased deflections by up to 25% with Bischoff's approach, leading to about one-third of the slabs exceeding the $\ell/240$ limit.¹⁷ However, the $\ell/240$ deflection limit was satisfied for all slabs when the long-to-short span aspect ratio was greater than 1.4. The aspect ratio has a significant effect on deflection by controlling cracking in the short direction of the column-line strips, which occurs after cracking in the long direction of the column-line strips. The $\ell/480$ deflection limit is exceeded for pretty much all slabs with Bischoff's approach.

Final Comments

Using the new expression for I_e with a reduced cracking moment of $(2/3)M_{cr}$ has little effect on calculated values of deflection for beams at full service load but can result in a significant increase in calculated values for lightly reinforced members such as slabs (when compared with Branson's approach at full M_{cr}).

Slabs with the minimum thickness values do not always satisfy the $\ell/240$ incremental deflection requirement. Beams with minimum thickness never satisfy the $\ell/240$ incremental deflection requirement for the worst-case scenario using the largest long-term deflection multiplier for loads sustained 5 years or more. Therefore, a need is seen to revise ACI CODE-318 minimum thickness values for beams.

References

1. Bischoff, P.H., "Computing Deflections Using ACI CODE-318-19 and Beyond, Part 1," *Concrete International*, V. 47, No. 2, Feb. 2025, pp. 47-50.
2. Bischoff, P.H., "Computing Deflections Using ACI CODE-318-19 and Beyond, Part 2," *Concrete International*, V. 47, No. 3, Mar. 2025, pp. 51-54.
3. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary (ACI 318R-19)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2019, 624 pp.
4. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-63)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1963, 144 pp.
5. Ferguson, P.M., *Reinforced Concrete Fundamentals*, third edition, John Wiley and Sons, New York, 1973, 750 pp.
6. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1971, 78 pp.
7. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1983, 111 pp.
8. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary (ACI 318R-14)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2014, 519 pp.
9. Bischoff, P.H., "Comparison of Existing Approaches for Computing Deflection of Reinforced Concrete," *ACI Structural Journal*, V. 117, No. 1, Jan. 2020, pp. 231-240.
10. Bischoff, P.H., and Veysey, S., "Minimum Thickness Requirements Needed to Satisfy Deflection Limits for One-Way Reinforced Concrete Construction," *Canadian Society for Civil Engineering (CSCE) 2011 General Conference*, Ottawa, ON, Canada, June 14-17, 2011.
11. Veysey, S., and Bischoff, P.H., "Minimum Thickness Values for Deflection Control of FRP Reinforced Concrete," *Proceedings of the 11th International Symposium on Fibre Reinforced Polymer for Reinforced Concrete Structures (FRPRCS-11)*, J. Barros and J. Sena-Cruz, eds., Guimarães, Portugal, June 26-28, 2013, 10 pp.
12. Bischoff, P.H., and Scanlon, A., "Span-Depth Ratios for One-Way Members Based on ACI 318 Deflection Limits," *ACI Structural Journal*, V. 106, No. 5, Sept.-Oct. 2009, pp. 617-626.
13. Scanlon, A., and Suprenant, B.A., "Estimating Two-Way Slab Deflections," *Concrete International*, V. 33, No. 7, July 2011, pp. 29-34.
14. ACI Committee 435, "Report on Deflection of Nonprestressed Concrete Structures (PRC-435-20)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2020, 56 pp.
15. Branson, D.E., *Deformation of Concrete Structures*, McGraw-Hill, New York, NY, 1977, 546 pp.
16. Bertero, R., and Bertero, A., "Statistical Evaluation of Minimum Thickness Provisions for Slab Deflection Control," *ACI Structural Journal*, V. 115, No. 6, Nov. 2018, pp. 1659-1670.
17. Bertero, R., and Bertero, A., Closure to Discussion of "Statistical Evaluation of Minimum Thickness Provisions for Slab Deflection Control," *ACI Structural Journal*, V. 116, No. 5, Sept. 2019, pp. 301-302.

Received and reviewed under Institute publication policies.



Students—the next step has never been easier

Find internships, browse jobs,
and post your résumé.



The Career Center Offers

- ✓ Résumé writing assistance
- ✓ Career coaching
- ✓ Career learning center
- ✓ Reference checking

✕ Follow @ACICareerCenter

www.concrete.org/careercenter



Peter H. Bischoff, FACI, is an Honorary Research Professor in the Department of Civil Engineering at the University of New Brunswick, Fredericton, NB, Canada. He is a member of ACI Committees 224, Cracking; 435, Deflection of Concrete Building Structures; 440, Fiber-Reinforced Polymer Reinforcement; and 440C, FRP Reinforced Concrete Building Code. He received the 2014 ACI Design Award and the 2020 ASCE T.Y. Lin Award for an *ACI Structural Journal* paper related to deflection of prestressed concrete. His research interests include the serviceability behavior of concrete structures.

Calculando deflexiones con ACI 318-19 y más allá, Parte 3

Impacto de los cambios

Por Peter H. Bischoff

Las Partes 1 y 2 de esta serie de artículos^{1,2} tratan sobre las bases y el procedimiento para calcular las deflexiones de estructuras de concreto reforzado a partir de nuevas expresiones para el momento de inercia efectivo I_e adoptado por primera vez en el ACI 318-19³. En esta Parte 3 se examinan las implicaciones de estos cambios en el cumplimiento de los límites de deflexiones de vigas y losas en una y dos direcciones.

Losas y vigas en una dirección

Contexto histórico del control de deflexiones

Los requerimientos para el espesor mínimo de los elementos h_{min} aparecieron por primera vez en el ACI 318-63⁴. Espesores menores se pueden utilizar si se demuestra mediante cálculos que las deflexiones resultantes no tienen efectos adversos. El Código requería la verificación de la deflexiones para elementos en flexión utilizando refuerzo con $f_y > 40$ ksi (275 MPa) o cuando la cuantía de refuerzo neta (considerando el refuerzo de compresión o la resistencia a la compresión de las alas en secciones I y T) excedía $0.18 f'_c/f_y$ en cualquier sección del elemento, dado que aceros de mayor resistencia y mayores cuantías podrían dar origen a secciones de vigas de menor tamaño y, por lo tanto, a deflexiones mayores que las habituales⁵. Cuando se calculaban deflexiones, el ACI 318-63 requería el uso de I_g cuando $\rho f_y \leq 500$ y de I_{cr} cuando $\rho f_y > 500$ psi (3.5 MPa), incluyéndose además consideraciones para la estimación de las deflexiones adicionales de largo plazo utilizando un coeficiente multiplicador de las deflexiones inmediatas para tener en cuenta el efecto de cargas sostenidas. Este multiplicador correspondía a una carga sostenida de 5 años y dependía de la cantidad del refuerzo de compresión relativo a la cantidad del refuerzo de tracción.

El ACI 318-71⁶ introdujo la expresión de Branson para I_e (para modelar una transición gradual desde I_g

a I_{cr} después de la fisuración), incluyó una expresión para el multiplicador para considerar las deflexiones de largo plazo (todavía para una carga de 5 años de duración y dependiente de la relación entre el refuerzo de compresión y de tracción), eliminó el límite de $0.18 f'_c/f_y$ e incrementó un 25% los valores de h_{min} incluyendo un factor de modificación para el acero de refuerzo con f_y distinta a 60 ksi ($0.4 + f_y/100$). De tal modo que utilizando este factor de modificación con un acero de refuerzo con un f_y de 40 ksi (275 MPa) se obtenían valores de h_{min} comparables a los del ACI 318-63. El ACI 318-83⁷ cambió la expresión para el multiplicador para deflexiones de largo plazo (que ahora depende de la relación de refuerzo de compresión ρ' y teniendo en cuenta también duraciones de cargas menores a 5 años). Finalmente, una nueva expresión para I_e fue introducida en el ACI 318-19.

Los espesores mínimos del ACI 318 son independientes de la magnitud y la duración de las cargas, de la relación entre la carga muerta y la carga viva, del módulo de elasticidad del concreto, la cantidad de refuerzo, del tramo del elemento (en términos de ℓ/h), y de d/h , relación que se modifica a medida que el espesor del elemento aumenta con la longitud del tramo. Se espera que los valores de h_{min} arrojen niveles aceptables de deflexión en base a la experiencia del pasado, pero no fueron determinados para satisfacer los límites de deflexión incluidos en el Reglamento. La intención de los mismos estaba destinada fundamentalmente a alertar a los diseñadores de los potenciales problemas con las deflexiones cuando el espesor de los elementos es menor que h_{min} ⁵.

Bases para la evaluación

En esta parte de la serie de artículos, la deflexión incremental es calculada y comparada con el criterio $\ell/240$ para losas en una dirección y vigas con un espesor $h = h_{min}$. En cada caso, la armadura de refuerzo fue diseñada para satisfacer los requerimientos de armadura mínima y de resistencia de modo que $\phi M_n \geq M_u$. Los valores de h_{min} están resumidos en la Tabla 1 (de la Parte 1 de esta serie de artículos¹) para diferentes condiciones de apoyo.

Las deflexiones de largo plazo son evaluadas $\lambda_\Delta = 2.0$ para considerado el caso más desfavorable y para $\lambda_\Delta = 1.0$ para reflejar la reducción en la deflexión en función del tiempo experimentada por los elementos no estructurales cuando la instalación de los mismos es demorada 3 meses (de donde resulta $\xi = 2.0 - 1.0 = 1.0$). Se considera también la existencia de una precarga debida a las cargas de construcción tal como se describe en la Parte 1 de esta serie de

artículos¹. La deflexión originada por la carga viva no es evaluada. El concreto tiene una resistencia a la compresión especificada de $f'_c = 5000$ psi (34 MPa) y el acero de refuerzo es de Grado 60 con $f_y = 60$ ksi (415 MPa).

Tanto las losas como las vigas analizadas están simplemente apoyadas. Las deflexiones para elementos con otras condiciones de apoyo se pueden calcular usando los momentos aproximados y los coeficientes para deflexiones del ACI 318 que se reproducen en la Tabla 1 (de la Parte 1 de esta serie de artículos¹). Un ejemplo de cálculo usando estos momentos y coeficientes será presentado en la Parte 4.

Resumen de las Partes del Artículo

Parte 1: Introducción al cálculo de deflexiones – Inmediatas y dependientes del tiempo

Parte 2: Nueva expresión para λ_Δ y razones para el cambio

Parte 3: Impacto del cambio

Parte 4: Ejemplo de cálculo de deflexiones – Losa continua en una dirección

Parte 5: Extensión propuesta para concreto pretensado

Resultados para losas en una dirección

La losa simplemente apoyada soporta su peso propio más una carga permanente adicional de 25 psf (1.2 kPa) (cielorrasos, instalaciones, pisos y particiones) y una carga viva q_L de 50 psf (2.4 kPa) (donde se asume que un 20% de la sobrecarga actúa en forma sostenida). Las losas tienen un espesor $h_{min} = \ell/20$ y un recubrimiento de concreto de $\frac{3}{4}$ pulg. (2 cm).

La Figura 1 compara la deflexión de la losa calculada tanto con el método ACI-318-19 para I_e a $(2/3)M_{cr}$, como con el método de Branson para I_e a M_{cr} (de acuerdo con el ACI 318-14⁸ y ediciones anteriores). La deflexión incremental Δ_{inc} normalizada con el límite de deflexión admisible $\ell/240$ es graficada en la Figura 1 en función de la longitud del tramo ℓ y la carga de servicio q_a (notar que solo varía el peso propio con la longitud ya que las otras cargas y sobrecargas son fijas). Se recuerda que Δ_{inc} es la deflexión que ocurre después de la incorporación de los elementos no estructurales y es determinada usando $\Delta_{inc} = \lambda_\Delta \Delta_{i,sus} + \Delta_{i,L}$, tal como se describe en la Parte 1 de esta serie de artículos¹.

Tal como se espera, las deflexiones incrementales calculadas con ACI 318-19 son significativamente más grandes que las deflexiones calculadas con la expresión de Branson. El límite de deflexión $\ell/240$ es satisfecho en todos los casos con la expresión de Branson (ACI 318-14), pero no siempre lo es cuando se utiliza el ACI 318-19. En este último caso, el límite de deflexión de $\ell/240$ se cumple para tramos de hasta 21 pies (6.4 m) cuando $\lambda_\Delta = 2.0$ (correspondiente a una carga de servicio máxima $q_a = 235$ psf (11 kPa), la cual incluye el peso propio de la losa y una sobrecarga de 50 psf (2.4 kPa)). El límite de deflexión $\ell/240$ se cumple independientemente de la longitud del tramo para $\lambda_\Delta = 1.0$. Obviamente las deflexiones se incrementarían para carga viva de 100 psf (4.8 kPa) pero los cálculos muestran que aún satisfacen el límite de deflexión $\ell/240$, siempre que la carga de servicio q_a no supere los 250 psf (12 kPa) cuando se usa el ACI 318-19 con $\lambda_\Delta = 2.0$. Se espera un comportamiento comparable para losas con otras condiciones de apoyo⁹.

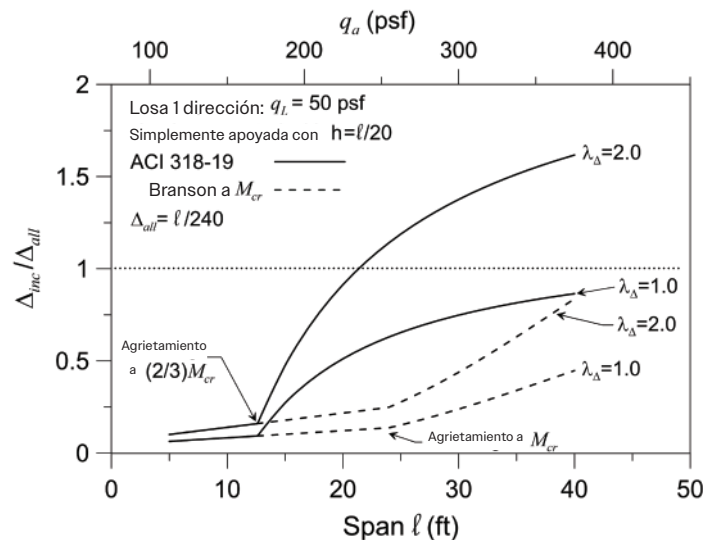
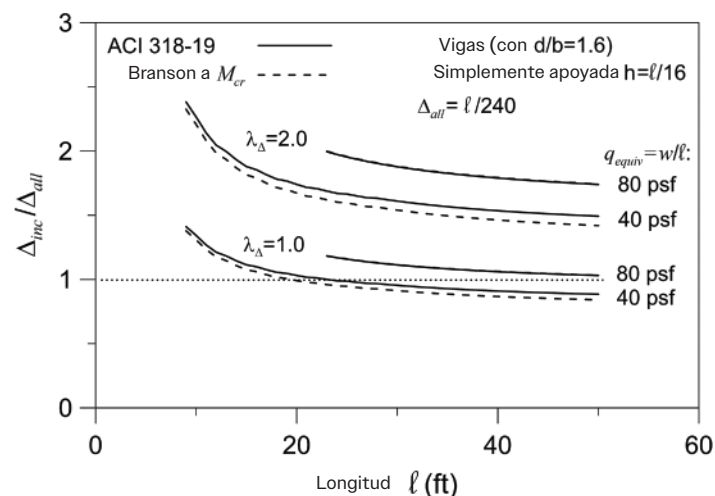


Fig. 1: Deflexión incremental normalizada versus longitud del tramo o la carga de servicio para losas simplemente apoyadas en una dirección (con $h = \ell/20$)

Resultados para vigas

La cuantificación de las cargas muertas y vivas actuando sobre una viga dependen parcialmente de la configuración estructural. Bischoff y Veysey¹⁰ identificaron la conveniencia de trabajar con un área de carga ficticia (equivalente) uniformemente distribuida por unidad de superficie $q_{equiv} = w/\ell$, la cual para vigas puede variar típicamente entre 40 y 200 psf (1.9 y 9.5 kPa). En este caso, w es la carga uniformemente distribuida por unidad de longitud actuando sobre la viga, y ℓ es la longitud de la viga (no el ancho tributario). La carga por unidad de superficie equivalente q_{equiv} no tiene un significado físico y aparece como una variable en la expresión para el cálculo de las deflexiones de una viga definida en términos de la relación altura útil/ancho de la sección transversal, d/b , y otros términos adimensionales¹¹. La viga simplemente apoyada en este estudio soporta cargas de servicio equivalentes de 40 y 80 psf (1.9 y 3.8 kPa) con una relación carga muerta/viva igual a 2.0 y un 20% de la carga viva sostenida. Se incluye el peso propio de la viga. La viga es rectangular con d/b y un recubrimiento de 2.5 pulg. (6 cm).

La Figura 2 grafica los valores normalizados de la deflexión incremental en función de la longitud de la viga para vigas simplemente apoyadas teniendo una altura total $h_{min} = \ell/16$. Vigas con una carga equivalente de 40 psf (1.9 kPa) muestran solo una pequeña diferencia en los valores calculados de la deflexión (5% a lo sumo) usando las ecuaciones del ACI 318-19 o del ACI 318-14 (Branson). Prácticamente ninguna diferencia se puede observar para una carga equivalente de 80 psf (3.8 kPa) con ambas ecuaciones.



Las vigas que son dimensionadas con el espesor mínimo del ACI 318 obviamente no satisfacen el límite de deflexión de $\ell/240$ para $\lambda_{\Delta} = 2.0$ (independientemente de la ecuación usada o de la carga). Cuando λ_{Δ} , el límite de deflexión se satisface para tramos mayores ($\ell \geq 19$ a 23 ft (5.8 a 7 m), dependiendo de la ecuación usada), pero solamente para una carga equivalente menor de 40 psf (1.9 kPa). Vale la pena hacer notar que las vigas con una carga equivalente mayor de $w/\ell = 80$ psf (3.8 kPa) terminarán siendo sobre reforzadas (y necesitando refuerzo de compresión) para tramos menores a de 22 pies (6.7 m), indicación de que la profundidad de la viga es demasiado pequeña para ese nivel de carga de servicio equivalente. Las vigas tendiendo a ser más cuadradas con relaciones de d/b menores a 1.25 (pero aun satisfaciendo el requerimiento de h_{min}), exhiben una disminución leve o moderada de la deflexión de entre el 5 al 15%. Se observan comportamientos comparables para otras condiciones de apoyo⁹.

Los resultados demuestran que debería considerarse un incremento en los valores de altura mínima h_{min} del ACI 318 para las vigas con el fin de satisfacer mejor el límite de deflexión de $\ell/240$ para el escenario más desfavorable con $\lambda_{\Delta} = 2.0$. Para secciones en forma de T, la altura mínima disminuye a medida que la relación ancha del ala al ancho del alma crece. Sin embargo, los requerimientos para las deflexiones incrementales todavía siguen sin cumplirse en la mayoría de los casos¹².

Losas en dos direcciones

El cálculo de las deflexiones en sistemas de losas en dos direcciones resulta complicado por la acción bi-direccional y está afectado por varios factores que incluyen las condiciones de borde en el interior, la esquina o el lateral de la losa, el comportamiento no prismático por la presencia ábacos y capiteles y la relación de lados del panel de la losa. También debe considerarse la historia de carga, la cual puede incluir los efectos de las cargas de construcción producidas por el apuntalamiento y re-apuntalamiento, el patrón de ubicación de las cargas vivas, los efectos de la carga sostenida desde edad temprana sobre las propiedades elásticas y la fluencia lenta del concreto y los efectos del agrietamiento producido por las cargas y las restricciones a las deformaciones por contracción y temperatura¹³. El cálculo de las deflexiones en losas en dos direcciones en particular es, a lo sumo, una mejor estimación debido a todas las incertidumbres involucradas.

Métodos de cálculo

Es sabido que el cálculo de las deflexiones reales de losas es problemático cuando se utiliza la ecuación de Branson con el multiplicador de largo plazo del ACI 318I lo que indica que este enfoque puede ser poco conservador para estimar las deflexiones en las losas en dos direcciones y se pueden obtener estimaciones del lado inseguro de las deflexiones¹⁴. Por ejemplo, Branson¹⁵ sugirió usar un valor de $\lambda_{\Delta}=3.0$. Sin embargo, el mayor valor de λ_{Δ} podría haber sido necesario debido a la respuesta más rígida, poco realista, obtenida con el valor de I_e de la ecuación de Branson para las bajas relaciones de refuerzo utilizadas comúnmente en las losas.

La deflexión puede ser calculada usando métodos simplificados tal como la analogía de vigas cruzadas donde a la deflexión de la faja central de la losa se le suma la deflexión de la faja de la columna soportando la faja central¹⁴. Programas de computación de elementos finitos están accesibles fácilmente y son utilizados habitualmente para estimar las deflexiones de sistemas de losas en dos direcciones, especialmente en el caso de losas de disposición irregular. Sin embargo, los detalles de los procedimientos utilizados en los programas comerciales para estimar la rigidez a la flexión a menudo no están disponibles fácilmente y no siempre están basados en los requerimientos del ACI 318 para I_e . El ACI 318 requiere que en el cálculo de las deflexiones se considere el tamaño y forma del panel, las condiciones de apoyo y la naturaleza de las restricciones en el borde de los paneles, pero no define para el cálculo de las deflexiones inmediatas valores prescritos o recomendados para E_c e I_e . Diferentes valores de la rigidez a la flexión efectiva son admitidos siempre que los resultados estén confirmados razonablemente por los ensayos. Las deflexiones se pueden calcular también integrando las curvaturas.

Resultado del nuevo I_e

Bertero y Bertero¹⁶ realizaron una evaluación estadística de los espesores mínimos especificados por el ACI 318 (que son diferentes a los de las losas en una dirección) para el control de deflexiones en losas en dos direcciones. Utilizaron las expresiones de Branson con M_{cr} en la ecuación de I_e (ACI 318-14)⁸ y las de Bischoff con $(2/3)M_{cr}$ en la ecuación de (ACI 318-19) (pero sin considerar precarga). El valor máximo de $\lambda_{\Delta} = 2.0$ fue utilizado para calcular las deflexiones dependientes del tiempo. Para losas sin vigas, las losas interiores con el espesor mínimo del código (menor que el de las exteriores) fueron las más susceptibles de exceder los límites

de deflexiones de largo plazo. Por su parte, las deflexiones inmediatas debidas a las cargas vivas en ningún caso excedieron la deflexión límite de $\ell/360$.

Los espesores mínimos de losas con vigas también cumplieron el límite de $\ell/240$ para la deflexión incremental independientemente de la ecuación utilizada. Para losas sin vigas, la deflexión límite de $\ell/240$ se cumplía utilizando la ecuación de Branson, pero no siempre con la expresión de Bischoff donde 1/5 de las losas (dependiendo de la ubicación del panel de la losa) excedía la deflexión límite de $\ell/240$. Las deflexiones incrementales usando la ecuación de Bischoff fueron en promedio 80% mayores que usando la expresión de Branson (para losas sin vigas). Considerando la precarga, las deflexiones se incrementan hasta un 25% con Bischoff, llevando las losas que exceden el límite de $\ell/240$ a 1/3 del universo considerado (losas diseñadas estadísticamente de acuerdo con la distribución de parámetros utilizados habitualmente en EEUU)¹⁷. Sin embargo, el límite de deflexión $\ell/240$ se cumplía para todas las losas cuando la relación lado largo/lado corto del panel era superior a 1.4. La relación de lados tiene un efecto significativo sobre las deflexiones al controlar el agrietamiento en la dirección corta de las fajas de columnas que ocurre posteriormente al agrietamiento en la dirección larga de las fajas de columnas. El límite de deflexiones de $\ell/480$ es excedido para prácticamente todas las losas cuando se utiliza la expresión de Bischoff.

Comentarios finales

Usando la nueva expresión para I_e con el momento de fisuración reducido de $(2/3)M_{cr}$, tiene un efecto menor sobre los valores de cálculo de las deflexiones de vigas para la carga de servicio total, pero puede resultar en un incremento significativo de los valores calculados para elementos con baja relación de refuerzo tales como losas (cuando se compara con la ecuación de Branson con el momento de fisuración la sin reducción de M_{cr}).

Las losas diseñadas con el espesor mínimo no siempre satisfacen los requerimientos de deflexión incremental de $\ell/240$. Las vigas diseñadas con el espesor mínimo nunca satisfacen los requerimientos de deflexión incremental de $\ell/240$ para el escenario más exigentes utilizando el multiplicador de deflexiones de largo plazo más grande para una carga sostenida de 5 años o más. De esto se desprende la necesidad de revisar los valores de espesores mínimos del ACI 318 para vigas.

Referencias

1. Bischoff, P.H., "Computing Deflections Using ACI CODE-318-19 and Beyond, Part 1," Concrete International, V. 47, No. 2, Feb. 2025, pp. 47-50.
2. Bischoff, P.H., "Computing Deflections Using ACI CODE-318-19 and Beyond, Part 2," Concrete International, V. 47, No. 3, Mar. 2025, pp. 51-54.
3. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary (ACI 318R-19)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2019, 624 pp.
4. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-63)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1963, 144 pp.
5. Ferguson, P.M., Reinforced Concrete Fundamentals, third edition, John Wiley and Sons, New York, 1973, 750 pp.10. Scanlon, A., and Bischoff, P. H., "Shrinkage Restraint and Loading History Effects on Deflections of Flexural Members," ACI Structural Journal, V. 105, No. 4, July-Aug. 2008, pp. 498-506.
6. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1971, 78 pp.
7. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1983, 111 pp.
8. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary (ACI 318R-14)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2014, 519 pp.
9. Bischoff, P.H., "Comparison of Existing Approaches for Computing Deflection of Reinforced Concrete," ACI Structural Journal, V. 117, No. 1, Jan. 2020, pp. 231-240.
10. Bischoff, P.H., and Veysey, S., "Minimum Thickness Requirements Needed to Satisfy Deflection Limits for One-Way Reinforced Concrete Construction," Canadian Society for Civil Engineering (CSCE) 2011 General Conference, Ottawa, ON, Canada, June 14-17, 2011.
11. Veysey, S., and Bischoff, P.H., "Minimum Thickness Value for Deflection Control of FRP Reinforced Concrete," Proceedings of the 11th International Symposium on Fibre Reinforced Polymer for Reinforced Concrete Structures (FRPRCS-11), J. Barros and J. Sena-Cruz, eds., Guimarães, Portugal, June 26-28, 2013, 10 pp.
12. Bischoff, P.H., and Scanlon, A., "Span-Depth Ratios for One-Way Members Based on ACI 318 Deflection Limits," ACI Structural Journal, V. 106, No. 5, Sept.-Oct. 2009, pp. 617-626.
13. Scanlon, A., and Suprenant, B.A., "Estimating Two-Way Slab Deflections," Concrete International, V. 33, No. 7, July 2011, pp. 29-34.
14. ACI Committee 435, "Report on Deflection of Nonprestressed Concrete Structures (PRC-435-20)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2020, 56 pp.
15. Branson, D.E., Deformation of Concrete Structures, McGraw-Hill, New York, NY, 1977, 546 pp.
16. Bertero, R., and Bertero, A., "Statistical Evaluation of Minimum Thickness Provisions for Slab Deflection Control," ACI Structural Journal, V. 115, No. 6, Nov. 2018, pp. 1659-1670.
17. Bertero, R., and Bertero, A., Closure to Discussion of "Statistical Evaluation of Minimum Thickness Provisions for Slab Deflection Control," ACI Structural Journal, V. 116, No. 5, Sept. 2019, pp. 301-302.

Seleccionado por los editores de interés del lector.

Peter H. Bischoff, FACI, es Profesor Investigador Honorario en el Departamento de Ingeniería Civil en la Universidad de New Brunswick, Fredericton, NB, Canadá. Es miembro de los Comités ACI 224 de fisuración, ACI 435 de deflexiones de estructuras de concreto, ACI 440 de refuerzo con fibras de polímeros y del ACI 440C Código de Concreto Reforzado FRP. Recibió en 2014 el "ACI Design Award" y en 2020 el "ASCE T.Y. Lin Award" por el artículo publicado en el ACI Structural Journal relacionado a la deflexión de miembros de concreto pretensado. Sus intereses en investigación incluyen el comportamiento en servicio de estructuras de concreto.



Título original en inglés:
**Computing Deflections
Using ACI CODE-318-19 and
Beyond, Part 3.**
Impact of changes made

**La traducción de este artículo
correspondió al Capítulo
Argentina**



*Traductor y
Revisor Técnico:*
**Dr. Ing. Raúl
Bertero**